

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан фізико-математичного факультету

_____ Володимир Ванін
« ____ » _____ 2020 р.

_____ Володимир Ванін
« ____ » _____ 2021 р.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ 1.

**КРАЙОВІ ЗАДАЧІ
ДЛЯ РІВНЯНЬ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТА ПАРАБОЛІЧНОГО ТИПУ**

**РОБОЧА ПРОГРАМА
КРЕДИТНОГО МОДУЛЯ**

Перший бакалаврський рівень вищої освіти

Спеціальність 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

Денна форма навчання

Ухвалено методичною комісією
фізико-математичного факультету
Протокол від _____ 2020 р. № ____

Голова методичної комісії

_____ Надія Рева

« ____ » _____ 2020 р.

Робоча програма кредитного модуля «Розв'язування крайових задач 1. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного та параболічного типу» складена відповідно до програми навчальної дисципліни «Розв'язування крайових задач» (1/СВ).

Розробник робочої програми:

доцент, канд. фіз.-м ат. наук Ганна Журавська _____

Програму затверджено на засіданні кафедри
математичної фізики фізико-математичного факультету «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Протокол від «____» _____ 2020 року № _____

Завідувач кафедри _____ Володимир Горбачук

«____» _____ 2020 року

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020 рік
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021 рік

1. Опис кредитного модуля

Рівень вищої освіти, спеціальність, освітня програма, форма навчання	Загальні показники	Характеристика кредитного модуля
Рівень вищої освіти: перший(бакалаврський)	Навчальна дисципліна: «Розв’язування крайових задач» Цикл: професійної підготовки	Лекції: 36 год.
Спеціальність:		Практичні (семінарські): 54 год.
131 «Прикладна механіка»		Лабораторні заняття: 0 год.
Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»	Статус кредитного модуля: вибірковий	Самостійна робота: 90 год., у тому числі на виконання індивідуального завдання: 10 год.
	Семестр: 4	Індивідуальне завдання: Розрахункова робота
Форма навчання: денна	Кількість кредитів (годин): 6 (180)	Вид та форма семестрового контролю: іспит

Знання та навички, отримані студентами при вивченні навчальної дисципліни «Математична фізика» є необхідними для спеціальних дисциплін, таких як «Теорія пружності», «Теорія коливань та стійкості руху», «Теорія пластичності та повзучості», «Гідроаеромеханіка» тощо, у зв’язку з інтенсивним використанням та дослідженням математичних моделей.

2. Мета і завдання кредитного модуля

2.1. Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей:

- побудови математичних моделей, які описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними (ДРЧП);
- застосування основних математичних методів розв'язування та дослідження початково-крайових задач для рівнянь математичної фізики;
- аналізу отриманих результатів.

2.2. Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

ЗНАННЯ:

- класифікації ДРЧП другого порядку;
- постановки задачі Коші та основних крайових задач для ДРЧП другого порядку гіперболічного та параболічного типу;
- фізичного змісту основних задач математичної фізики та розв'язків цих задач;
- умови існування та єдиності розв'язків задачі Коші та крайових задач для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу;
- основних методів розв'язування задач Коші та крайових задач для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу (методи характеристик, інтегральних перетворень та відокремлення змінних);

УМІННЯ:

- складати математичну модель фізичної задачі у формі відповідної задачі для ДРЧП;
- зводити до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку;
- розв'язувати основні задачі для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу методами характеристик, інтегральних перетворень та відокремлення змінних;
- робити фізичний аналіз результатів розв'язування основних задач для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу.

3. Структура кредитного модуля

Назва розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практ. заняття	СРС
1	2	3	4	5
Розділ 1. Класифікація ДРЧП. Зведення до канонічного вигляду				
Тема 1.1. Основні поняття та означення теорії ДРЧП	2	1	0	1
Тема 2.1. Класифікація ДРЧП другого порядку	7	1	4	2
Разом за розділом 1	9	2	4	3
Розділ 2. Гіперболічні та параболічні рівняння				
Тема 2.1. Задачі фізики, які приводять до рівнянь гіперболічного та параболічного типу	6	2	2	2
Тема 2.2. Вивчення малих коливань струн (стержнів) методом характеристик	15	4	6	5
Контрольна робота	4		2	2
Тема 2.3. Мішані задачі для однорідних гіперболічних та параболічних рівнянь на відрізку. Метод відокремлення змінних (метод Ейлера-Фур'є)	40	10	14	16
Контрольна робота	4		2	2
Тема 2.4. Задача Коші для рівняння теплопровідності	11	4	4	3
Тема 2.5. Метод інтегральних перетворень для задач математичної фізики	12	4	4	4
Разом за розділом 2	92	24	34	34
Розділ 3. Гіперболічні та параболічні рівняння на площині та у просторі				
Тема 3.1. Коливання прямокутної мембрани.	9	2	4	3
Тема 3.2. Спеціальні функції та їх застосування до розв'язування мішаних задач.	16	4	6	6
Тема 3.3. Задача Коші для хвильового рівняння у просторі та на площині	10	4	4	2
Контрольна робота	4		2	2
Разом за розділом 3	39	10	16	13
Розрахункова робота	10			10
Екзамен	30			30
Всього годин	180	36	54	90

4. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	<p><u>Основні поняття та означення теорії ДРЧП.</u> Поняття ДРЧП. Основні рівняння математичної фізики. Поняття розв'язку ДРЧП. ДРЧП першого порядку та методи їх розв'язання. <u>Класифікація ДРЧП другого порядку.</u> Канонічний вигляд ДРЧП у випадку двох незалежних змінних. Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
2	<p><u>Задачі фізики, які приводять до рівнянь гіперболічного та параболічного типу.</u> Рівняння коливання струни. Крайові та початкові умови. Мішані та крайові задачі. Задача Коші. Постановки основних задач для рівнянь гіперболічного типу. Рівняння теплопровідності та дифузії. Постановка основних крайових задач. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
3	<p><u>Колівання необмеженої струни.</u> Задача Коші для однорідного хвильового рівняння. Формула Даламбера та її фізичний зміст. Метод характеристик. Задача Коші для неоднорідного рівняння. Поняття про узагальнений розв'язок задачі Коші. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
4	<p><u>Мішані задачі в обмежених та напівобмежених областях.</u> Застосування методу характеристик до розв'язування мішаних задач в обмежених та напівобмежених областях. Теореми про коректну розв'язність задачі Коші. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
5	<p><u>Вільні коливання обмеженої струни.</u> Вільні коливання струни. Метод відокремлення змінних. Застосування методу відокремлення змінних до вивчення коливань струни. Інтерпретація розв'язку. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
6	<p><u>Метод відокремлення змінних для неоднорідних початково-крайових задач для гіперболічних рівнянь.</u> Вимушені коливання струни. Мішані задачі з неоднорідними крайовими умовами. Приклади. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>

7	<p><u>Метод Ейлера-Фур'є для розв'язування мішаних задач для рівняння теплопровідності на відрізку.</u></p> <p>Метод відокремлення змінних для однорідних задач для рівняння теплопровідності на відрізку. Інтерпретація розв'язку.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
8	<p><u>Метод відокремлення змінних для неоднорідних початково-крайових задач для параболічних рівнянь.</u></p> <p>Мішані задачі з неоднорідними крайовими умовами. Приклади.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
9	<p><u>Задача Штурма-Ліувілля.</u></p> <p>Задача Штурма-Ліувілля. Властивості власних чисел та власних функцій оператора Штурма-Ліувілля. Обґрунтування методу Ейлера-Фур'є.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
10	<p><u>Задача Коші для рівняння теплопровідності.</u></p> <p>Розповсюдження тепла в необмежених областях. Розв'язування задачі Коші для рівняння теплопровідності. Поняття функції джерела. Формула Пуассона.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
11	<p><u>Задача Коші для рівняння теплопровідності (продовження).</u></p> <p>Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності та його фізичний зміст. Розповсюдження тепла в напівобмежених областях.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
12	<p><u>Метод інтегральних перетворень для задач математичної фізики</u></p> <p>Застосування перетворення Лапласа до розв'язування задач математичної фізики.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
13	<p><u>Метод інтегральних перетворень для задач математичної фізики(продовження)</u></p> <p>Застосування перетворення Фур'є до розв'язування задач математичної фізики.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
14	<p><u>Коливання прямокутної мембрани.</u></p> <p>Застосування методу відокремлення змінних в багатовимірному випадку. Вільні коливання прямокутної мембрани. Метод Ейлера-Фур'є.</p> <p>Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції.</p> <p>Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>

15	<u>Спеціальні функції.</u> Спеціальні функції та їх властивості. Застосування до розв'язування мішаних задач. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].
16	<u>Вільні коливання круглої мембрани.</u> Вільні коливання круглої мембрани. Метод Ейлера-Фур'є. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].
17	<u>Задача Коші для хвильового рівняння в просторі.</u> Формула Пуассона, її фізичний зміст. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].
18	<u>Задача Коші для хвильового рівняння на площині.</u> Формули Кірхгофа, її фізичний зміст. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].

5. Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: оволодіти основними методами та прийомами розв'язування математичних задач, отримати роз'яснення теоретичних положень курсу математичної фізики.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Література: [2-4].
2	Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку зі змінними коефіцієнтами. Література: [2-4].
3	Задачі фізики, які приводять до рівнянь гіперболічного типу. Задачі фізики, які приводять до рівнянь параболічного типу. Крайові та початкові умови. Постановка задач. Література: [2-4].
4	Задача Коші для хвильового рівняння. Метод характеристик. Формула Даламбера. Література: [2-4].
5	Метод характеристик для мішаних задач в напівобмежених областях. Побудова профілю струни. Література: [2-4].
6	Метод характеристик для мішаних задач в обмежених областях. Побудова профілю струни. Література: [2-4].

7	Контрольна робота 1.
8	Застосування методу відокремлення змінних до вивчення вільних коливань струни. Література: [2-4].
9	Застосування методу відокремлення змінних до вивчення вільних коливань струни. (продовження) Література: [2-4].
10	Метод відокремлення змінних для неоднорідних задач для рівнянь гіперболічного типу. Література: [2-4].
11	Метод відокремлення змінних для задач з неоднорідними крайовими умовами для рівнянь гіперболічного типу. Література: [2-4].
12	Метод відокремлення змінних для однорідних задач для рівняння теплопровідності на відрізьку. Література: [2-4].
13	Метод відокремлення змінних для неоднорідних задач для рівнянь параболічного типу. Література: [2-4].
14	Метод відокремлення змінних для задач з неоднорідними крайовими умовами для рівнянь параболічного типу. Література: [2-4].
15	Контрольна робота 2.
16	Задача Коші для рівняння теплопровідності на прямій. Література: [2-4].
17	Задача Коші для рівняння теплопровідності на напівпрямій. Література: [2-4].
18	Застосування перетворення Лапласа до розв'язування задач математичної фізики. Література: [2-4].
19	Застосування перетворення Фур'є до розв'язування задач математичної фізики. Література: [2-4].
20	Вільні коливання прямокутної мембрани. Література: [2-4].
21	Вимушені коливання прямокутної мембрани. Література: [2-4].
22	Спеціальні функції. Література: [2-4].
23	Колівання круглої мембрани. Література: [2-4].
24	Поширення тепла у нескінченному циліндрі. Література: [2-4].
25	Задача Коші для хвильового рівняння в просторі. Література: [2-4].

26	Задача Коші для хвильового рівняння на площині. Література: [2-4].
27	Контрольна робота 3.

6. Самостійна робота

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи.

7. Індивідуальні завдання

З метою кращого засвоєння курсу та інтенсифікації самостійної роботи студентам пропонується індивідуальна розрахункова робота. Розрахункова робота містить завдання за темами розділів 1, 2 та 3.

Тематика індивідуальних завдань:

- зведення до канонічного вигляду ;
- розв'язування задачі Коші для гіперболічних рівнянь;
- розв'язування початково-крайових задач методом відокремлення змінних;
- розв'язування задачі Коші для параболічних рівнянь;
- розв'язування початково-крайових задач методом інтегральних перетворень.

8. Контрольні роботи

Плануються три тематичні контрольні роботи, кожна тривалістю 90 хвилин. На контрольну роботу виносяться завдання, які необхідно засвоїти кожному студенту. Завдання контрольної роботи оцінюються відповідно до системи оцінювання.

9. Рейтингова система оцінювання результатів завдання

Рейтингова система оцінювання надається до робочої програми у вигляді додатку.

10. Методичні вказівки

Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який виклад Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який викладається на лекціях, та засвоєння методів розв'язування задач на практичних заняттях. На початку викладання лекційного матеріалу з нової теми слід навести приклади відповідних практичних застосувань, бажано у фаховій діяльності. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи. Перевірку рівня вивчення матеріалу

доцільно проводити через контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів.

11. Рекомендована література

11.1 Базова література

1. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики. / Перестюк М.О., Маринець В.В. – Київ: Либідь, 2001. – 333 с.
2. Журавська Г.В. Методи розв'язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей./ Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. – Київ: КПІ, 2015. – 227 с.
3. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики: Навчальний посібник. / Вірченко Н.О. – Київ: Інрес: Воля, 2006. – 332 с.
4. Лавренчук В.П. Диференціальні рівняння математичної фізики: Навчальний посібник./ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готичан Т.І. – Чернівці: Рута, 2008. – 192 с.

11.2 Допоміжна література

5. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики. / Тихонов А.Н., Самарский А.А. – Москва: Наука, 1977. – 735 с.
6. Араманович И.Г. Уравнения математической физики. / Араманович И.Г., Левин В.И. – Москва: Наука, 1969. – 288 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики./ Владимиров В.С. – Москва: Наука, 1988. – 512 с.
8. Будак Б.М. Сборник задач по математической физике. / Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. – Москва: Физматлит, 2003. – 688 с.
9. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики./ Смирнов М.М. – Москва, ГИТТЛ, 1953. – 72 с.
10. Положій Г.М. Рівняння математичної фізики./ Положій Г.М. – Київ: Рад. школа, 1959. – 478 с.
11. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: Курс лекцій./ Іванчов М.І. – Львів: Тріада плюс, 2004. – 178 с.
12. Бицадзе А.В. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. – Москва: Наука, 1985. – 310 с.
13. Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Владимиров В.С., Михайлов В.В. и др. – Москва: Наука, 1982. – 256 с.

12. Інформаційні ресурси

1. <http://login.kpi.ua/>
2. <http://mph.kpi.ua/>
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/>

Додаток 2.

Опис рейтингової системи

оцінки результатів навчання студентів

з кредитного модуля Розв'язування крайових задач 1. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного та параболічного типу

1. Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується зі 100 балів, з них 60 балів складає стартова шкала. Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує за:

- 1) роботу на практичних заняттях (27 занять);
- 2) три тематичні контрольні роботи;
- 3) розрахункову роботу.

2. Критерії нарахування балів

2.1. Робота на практичних заняттях — 1.

- впевнена відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи — 1 бал;
- відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи, але можлива допомога викладача — 0,5 балів;
- незнання формул та методів — 0 балів.

2.2. Контрольна робота — 10 балів.

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 10 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 7-8 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 6 бали;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 6 балів) – 0 балів.

2.3. Розрахункова робота — 14 балів.

- виконані всі вимоги до роботи – 14 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки – 10-13 балів;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки – 8-9 балів;
- завдання не виконане або є грубі помилки – 0 балів.

За кожний тиждень запізнення з поданням розрахункової роботи на перевірку надаються штрафні (-5) бали.

2.4. Штрафні та заохочувальні бали

- незнання елементарних формул та методів — -1 бал;
- невиконання домашніх завдань — -3 бали;

- розв’язування додаткових завдань на практичних заняттях (за умови виконання обов’язкових) від 1 до 3 заохочувальних балів;
- виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 5 до 10 заохочувальних балів.

3. Умовою першої атестації є отримання не менш ніж 11 балів. Умовою другої атестації є отримання не менш ніж 18 балів.

4. Умовою допуску до екзамену є зарахування розрахункової роботи та стартовий рейтинг не менше 36 балів.

5. Якщо заходи поточного контролю дозволяють однозначно визначити рівень набуття передбачених навчальною програмою компетентностей, за рішенням викладача, допускається виставлення оцінки з освітньої компоненти шляхом пропорційного перерахунку стартових балів у підсумкові бали за 100-бальною шкалою. При цьому обов’язковим є виконання студентом умов допуску до іспиту передбачених РСО.

Переведення балів здійснюється за формулою

$$R = 60 + \frac{40 \cdot (R_i - R_D)}{(R_C - R_D)},$$

де R – оцінка за 100-бальною шкалою;

R_i – сума балів, набраних студентом протягом семестру;

R_C – максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру;

R_D – допусковий бал до іспиту.

6. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних питання та три практичних по 8 балів кожне.

Критерій оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 8 балів.
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації, або незначні неточності) – 6-7 балів.
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки) – 5 балів.
- «незадовільно», незадовільна відповідь – 0 балів.

Критерій оцінювання практичних питань:

- «відмінно», повне безпомилкове розв’язування завдання – 8 балів.
- «добре», повне розв’язування завдання з несуттєвими неточностями – 6-7 балів.
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками – 5 балів.
- «незадовільно», завдання не виконано – 0 балів.

Якщо екзаменаційний бал складає менше 24 балів, то студент отримує оцінку «незадовільно».

7. Сума стартових балів і балів за екзаменаційну роботу переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

Бали	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60 або екзаменаційний бал менше 24	Незадовільно
Не зарахована розрахункова робота або стартовий рейтинг менше 36 балів	Не допущено